

***6(i). যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ এবং

$C = [1 \ 2 \ -5 \ 6]$ হয় তবে প্রমাণ কর যে,
 $(AB)C = A(BC)$. (D-13)

(ii). যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ এবং

$C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $(AB)C = A(BC)$.

(iii). যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ এবং

$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে,
 $(AB)C = A(BC)$.

(i). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$,

$B = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ এবং $C = [1 \ 2 \ -5 \ 6]$

$\therefore AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1.4 + 2.6 + 3.(-1) \\ 4.4 + 5.6 + 6.(-1) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 4 + 12 - 3 \\ 16 + 30 - 6 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 13 \\ 40 \end{bmatrix}$

$\therefore (AB)C = \begin{bmatrix} 13 \\ 40 \end{bmatrix} [1 \ 2 \ -5 \ 6]$

$= \begin{bmatrix} 13.1 & 13.2 & 13.(-5) & 13.6 \\ 40.1 & 40.2 & 40.(-5) & 40.6 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 13 & 26 & -65 & 78 \\ 40 & 80 & -200 & 240 \end{bmatrix}$

আবার,

$\therefore BC = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix} [1 \ 2 \ -5 \ 6]$

$= \begin{bmatrix} 4.1 & 4.2 & 4.(-5) & 4.6 \\ 6.1 & 6.2 & 6.(-5) & 6.6 \\ -1.1 & -1.2 & -1.(-5) & -1.6 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 4 & 8 & -20 & 24 \\ 6 & 12 & -30 & 36 \\ -1 & -2 & 5 & -6 \end{bmatrix}$

$\therefore A(BC) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 8 & -20 & 24 \\ 6 & 12 & -30 & 36 \\ -1 & -2 & 5 & -6 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1.4 + 2.6 + 3.(-1) & 1.8 + 2.12 + 3.(-2) & 1.(-20) + 2.(-30) + 3.5 & 1.24 + 2.36 + 3.(-6) \\ 4.4 + 5.6 + 6.(-1) & 4.8 + 5.12 + 6.(-2) & 4.(-20) + 5.(-30) + 6.5 & 4.24 + 5.36 + 6.(-6) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 4 + 12 - 3 & 8 + 24 - 6 & -20 - 60 + 15 & 24 + 72 - 18 \\ 16 + 30 - 6 & 32 + 60 - 12 & -80 - 150 + 30 & 96 + 180 - 36 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 13 & 26 & -65 & 78 \\ 40 & 80 & -200 & 240 \end{bmatrix}$

$\therefore (AB)C = A(BC)$. (Shown)

(ii). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$,

$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\therefore AB = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1.1 + (-1).2 & 1.3 + (-1).0 & 1.0 + (-1).1 \\ 0.1 + 2.2 & 0.3 + 2.0 & 0.0 + 2.1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1-2 & 3+0 & 0-1 \\ 0+4 & 0+0 & 0+2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

$$\therefore (AB)C = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1.2+3.3+(-1).1 \\ 4.2+0.3+2.1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2+9-1 \\ 8+0+2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \end{bmatrix}$$

আবার,

$$BC = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.2+3.3+0.1 \\ 2.2+0.3+1.1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+9+0 \\ 4+0+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 11 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A(BC) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.11+(-1).5 \\ 0.11+2.5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 11-5 \\ 0+10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$\therefore (AB)C = A(BC)$. (Showed)

(iii). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,

$B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ এবং $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

$$\therefore AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.4+2.2 & 1.3+2.1 \\ 3.4+4.2 & 3.3+4.1 \\ 0.4+1.2 & 0.3+1.1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4+4 & 3+2 \\ 12+8 & 9+4 \\ 0+2 & 0+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 20 & 13 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (AB)C = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 20 & 13 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8.1+5.2 & 8.2+5.3 \\ 20.1+13.2 & 20.2+13.3 \\ 2.1+1.2 & 2.2+1.3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8+10 & 16+15 \\ 20+26 & 40+39 \\ 2+2 & 4+3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 18 & 31 \\ 46 & 79 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

আবার, $BC = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 4.1+3.2 & 4.2+3.3 \\ 2.1+1.2 & 2.2+1.3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4+6 & 8+9 \\ 2+2 & 4+3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A(BC) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.10+2.4 & 1.17+2.7 \\ 3.10+4.4 & 3.17+4.7 \\ 0.10+1.4 & 0.17+1.7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10+8 & 17+14 \\ 30+16 & 51+28 \\ 0+4 & 0+7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 18 & 31 \\ 46 & 79 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$\therefore (AB)C = A(BC)$ (Showed)

***7(i). যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ হয় তবে

$A^2 + 2A - 11I$ এর মান নির্ণয় করা

(ii). যদি $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $A^2 - 5A + 6I$ এর

মান নির্ণয় করা (D-7)

(iii). যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ এবং

$C = A - B$ হয় তবে $C^2 + 5B + 3I$ এর মান নির্ণয় করা

(Dj-19)

(iv). যদি

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 7 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

হয়, তবে $AB - C^2 + 2I_2$ এর মান নির্ণয় করা (C-17)

(v). যদি $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $A^2 - 5A + 6I$ এর

মান নির্ণয় করা যেখানে, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (B-17)

(i). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$

$$\therefore A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.1+2.4 & 1.2+2.(-3) \\ 4.1+(-3).4 & 4.2+(-3)(-3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+8 & 2-6 \\ 4-12 & 8+9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^2 + 2A - 11I = \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} - 11 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 8 & -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= 0$$

(ii). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$

$$\therefore A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3.3+2.5 & 3.2+2.(-1) \\ 5.3+(-1).5 & 5.2+(-1)(-1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9+10 & 6-2 \\ 15-5 & 10+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 19 & 4 \\ 10 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^2 - 5A + 6I = \begin{bmatrix} 19 & 4 \\ 10 & 11 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 19 & 4 \\ 10 & 11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 15 & 10 \\ 25 & -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 25 & 4 \\ 10 & 17 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 15 & 10 \\ 25 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -15 & 22 \end{bmatrix}$$