

এইচএসসি-২০২১

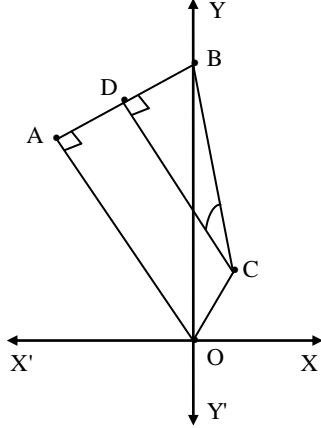
বিষয়: উচ্চতর গণিত ১ম পত্র

অ্যাসাইনমেন্ট ক্রমিক নং- 03

অ্যাসাইনমেন্ট শিরোনাম: স্থানাঙ্ক জ্যামিতির মাধ্যমে

সরলরেখা সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান

প্রশ্ন:



চিত্রে OABC একটি চতুর্ভুজ। $A(-k, 2k)$, $k > 0$ এবং $OA = \sqrt{80}$ একক। OC রেখা, $y - 3x = 5$ রেখার সমান্তরাল এবং C বিন্দুটি AB এর লম্ব সমদ্বিখন্ডক রেখার উপর অবস্থিত।

ক) AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ) C বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

গ) BCD সমকোণী ত্রিভুজের $\tan \angle BCD$ এর মান নির্ণয় কর।

ঘ) BD ও BC রেখাঘরের অন্তর্গত সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

ঙ) (1, 2) বিন্দু হতে $\sqrt{5}$ একক দূরবর্তী AB রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) A বিন্দুর স্থানাঙ্ক: $(-k, 2k)$

এবং $OA = \sqrt{80}$

$$\Rightarrow \sqrt{(0+k)^2 + (0-2k)^2} = \sqrt{80}$$

$$\Rightarrow k^2 + 4k^2 = 80$$

$$\Rightarrow 5k^2 = 80 \Rightarrow k^2 = 16 \therefore k = 4$$

\therefore A বিন্দুর স্থানাঙ্ক: $(-4, 8)$

$$OA \text{ রেখার ঢাল} = \frac{8-0}{-4-0} = \frac{8}{-4} = -2$$

$$\therefore AB \text{ রেখার ঢাল} = \frac{1}{2} \quad [\because AB \perp OA]$$

$$\therefore AB \text{ রেখার সমীকরণ: } y - 8 = \frac{1}{2}(x + 4)$$

$$\Rightarrow 2y - 16 = x + 4$$

$$\therefore x - 2y + 20 = 0$$

খ) AB সরলরেখার সমীকরণ: $x - 2y + 20 = 0$

B বিন্দুতে, $x = 0$

$$\therefore 0 - 2y + 20 = 0 \Rightarrow 2y = 20 \therefore y = 10$$

\therefore B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 10)

আবার, A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-4, 8)$

$$\therefore D \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক: } \left(\frac{0-4}{2}, \frac{10+8}{2} \right) \text{ বা } (-2, 9)$$

[\because D, AB এর মধ্যবিন্দু]

আবার, OC রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ:

$$y - 3x - 5 = 0$$

\therefore OC রেখার সমীকরণ:

$$y - 3x = 0 \dots\dots\dots (i) \quad [\text{যেহেতু মূলবিন্দুগামী}]$$

আবার, AB এর উপর লম্ব DC রেখার সমীকরণ:

$$2x + y + k = 0 \text{ যা } D(-2, 9) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$\therefore 2 \times (-2) + 9 + k = 0 \Rightarrow k = -5$$

$$\therefore DC \text{ রেখার সমীকরণ: } 2x + y - 5 = 0 \dots\dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং সমাধান করে পাই, $x = 1$ এবং $y = 3$

\therefore OC এবং DC এর ছেদবিন্দু C এর স্থানাঙ্ক: (1, 3)

গ) C বিন্দুর স্থানাঙ্ক: (1, 3)

D বিন্দুর স্থানাঙ্ক: $(-2, 9)$

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক: (0, 10)

$$\therefore CD \text{ রেখার ঢাল, } m_1 = \frac{3-9}{1+2} = \frac{-6}{3} = -2$$

$$\text{আবার, BC রেখার ঢাল, } m_2 = \frac{3-10}{1-0} = -7$$

অন্তর্ভুক্ত কোণ ϕ হলে,

$$\tan \phi = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \Rightarrow \tan \phi = \pm \frac{-2 + 7}{1 + (-2)(-7)}$$

$$\Rightarrow \tan \phi = \pm \frac{5}{15} \Rightarrow \tan \phi = \pm \frac{1}{3}$$

$$\therefore \tan \phi = \frac{1}{3} \quad [\because \text{এখানে } \phi = \angle BCD \text{ (সূক্ষ্মকোণ)}]$$

ঘ) BD বা AB রেখার সমীকরণ: $x - 2y + 20 = 0$

আবার, B বিন্দুর স্থানাঙ্ক: (0, 10)

Corrected copy

C বিন্দুর স্থানাঙ্ক: (1, 3)

$$\therefore BC \text{ রেখার সমীকরণ: } \frac{x-0}{0-1} = \frac{y-10}{10-3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-1} = \frac{y-10}{7} \Rightarrow 7x = -y + 10$$

$$\therefore 7x + y - 10 = 0$$

অন্তর্ভুক্ত কোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ:

$$\frac{x-2y+20}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \pm \frac{7x+y-10}{\sqrt{7^2+1^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{x-2y+20}{\sqrt{5}} = \pm \frac{7x+y-10}{\sqrt{5} \times \sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow x-2y+20 = \pm \frac{7x+y-10}{\sqrt{10}}$$

$$\text{এখানে, } a_1a_2 + b_1b_2 = 1 \times 7 + (-2) \times 1 = 5 > 0$$

 \therefore সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ:

$$x-2y+20 = -\frac{7x+y-10}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{10}x - 2\sqrt{10}y + 20\sqrt{10} = -7x - y + 10$$

$$\therefore (\sqrt{10}+7)x + (1-2\sqrt{10})y + (20\sqrt{10}-10) = 0$$

$$\text{ঙ) } AB \text{ রেখার সমীকরণ: } x-2y+20=0$$

 \therefore AB এর সমান্তরাল রেখার সমীকরণ:

$$x-2y+k=0$$

(1, 2) বিন্দু থেকে $x-2y+k=0$ এর লম্ব দূরত্ব

$$= \frac{|1-2 \times 2+k|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \frac{|k-3|}{\sqrt{5}} \text{ একক}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{|k-3|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow |k-3| = 5 \Rightarrow k-3 = \pm 5$$

$$\Rightarrow k = 3 \pm 5 \therefore k = 8, -2$$

 \therefore নির্ণেয় সমান্তরাল রেখার সমীকরণ:

$$x-2y+8=0 \text{ অথবা } x-2y-2=0$$